Classwork Optimization algorithms

Алгоритмы оптимизации, которые пытаются найти минимальные значения математических функций, широко используются в инженерном деле. Среди прочего, они используются для оценки компромиссов при проектировании, для оценки систем управления и для поиска закономерностей в данных.

Один из способов решить сложную задачу оптимизации состоит в том, чтобы сначала свести ее к связанной, но гораздо более простой задаче, затем постепенно усложнять ее, решая каждую новую задачу по очереди и используя ее решение в качестве руководства для решения следующей. Этот подход, по-видимому, хорошо работает на практике, но он никогда не был охарактеризован теоретически.

В этом месяце на Международной конференции по методам минимизации энергопотребления в компьютерном зрении и распознавании образов Хоссейн Мобахи, постдокторант Лаборатории компьютерных наук и искусственного интеллекта Массачусетского технологического института (CSAIL), и Джон Фишер, старший научный сотрудник CSAIL, описывают способ создания такой последовательности упрощенных функций, которая гарантирует наилучшее приближение, которое может предложить этот метод.

“Есть несколько фундаментальных вопросов об этом методе, на которые мы отвечаем впервые”, - говорит Мобахи. “Например, я сказал вам, что вы начинаете с простой задачи, но я не сказал вам, как вы выбираете эту простую задачу. Существует бесконечно много функций, с которых вы можете начать. Какой из них хорош? Даже если я скажу вам, с какой функции начать, существует бесконечно много способов преобразовать это в вашу реальную проблему. И эта трансформация влияет на то, что вы получаете в конце”.

Достигая дна

Чтобы получить представление о том, как работает оптимизация, предположим, что вы занимаетесь розничной продажей консервов и пытаетесь сэкономить на стали, поэтому вам нужен дизайн банки, который минимизирует отношение площади поверхности к объему. Это соотношение зависит от высоты и радиуса банки, поэтому, если вы сможете найти минимальное значение функции, вы будете знать оптимальные размеры банки. Если вы автомобильный дизайнер, пытающийся сбалансировать затраты на компоненты, изготовленные из разных материалов, с весом автомобиля и сопротивлением ветру, ваша функция, известная в оптимизации как “функция затрат”, будет намного сложнее, но принцип тот же.

Алгоритмы машинного обучения часто пытаются идентифицировать признаки наборов данных, которые полезны для задач классификации - скажем, визуальные признаки, характерные для автомобилей. Поиск наименьшего такого набора признаков с наибольшей прогностической ценностью также является задачей оптимизации.

“Большинство эффективных алгоритмов, которые у нас есть для решения задач оптимизации, работают на основе локального поиска, что означает, что вы инициализируете их с некоторым предположением о решении, и они пытаются понять, в каком направлении они могут это улучшить, а затем они делают этот шаг”, - говорит Мобахи. “Используя этот метод, они могут сходиться к чему-то, называемому локальным минимумом, что означает точку, которая по сравнению со своей окрестностью находится ниже. Но это может быть и не глобальный минимум. Там может быть точка, которая находится намного ниже, но дальше.”

Однако локальный минимум гарантированно будет глобальным минимумом, если функция выпуклая, что означает, что она везде наклоняется к своему минимуму. Функция y = x2 выпукла, поскольку она описывает параболу с центром в начале координат. Функция y = sin x таковой не является, поскольку она описывает синусоидальную волну, которая колеблется вверх и вниз.

Плавное плавание

Метод Мобахи и Фишера начинается с попытки найти выпуклую аппроксимацию задачи оптимизации, используя метод, называемый сглаживанием по Гауссу. Сглаживание по Гауссу преобразует функцию затрат в связанную функцию, которая выдает не то значение, которое было бы у функции затрат, а средневзвешенное значение всех окружающих значений. Это приводит к сглаживанию любых резких падений или подъемов на графике функции затрат.

Веса, присвоенные окружающим значениям, определяются функцией Гаусса, или нормальным распределением — колоколообразной кривой, известной из базовой статистики. Близкие значения имеют большее значение для усреднения, чем удаленные значения.

Ширина гауссовой функции определяется одним параметром. Мобахи и Фишер начинают с очень широкой гауссовой функции, которая при определенных условиях дает выпуклую функцию. Затем они неуклонно сокращают ширину гауссовой кривой, порождая ряд промежуточных проблем. На каждом этапе они используют решение последней задачи для инициализации поиска решения следующей. К тому времени, когда ширина распределения сократилась до нуля, они восстановили исходную функцию затрат, поскольку каждое значение является просто средним значением самого по себе.

“Метод продолжения оптимизации - это то, что действительно широко используется на практике, широко используется в компьютерном зрении, для решения задач выравнивания, для решения задач отслеживания, в куче разных мест, но он не очень хорошо изучен”, - говорит Джон Райт, доцент кафедры электротехники Колумбийского университета который не был вовлечен в эту работу. “Интересная вещь в работе Хоссейна в целом и в этой статье в частности заключается в том, что он действительно углубляется в этот метод продолжения и пытается понять, что мы можем сказать аналитически по этому поводу”.

“Практическая польза от этого заключается в том, что может существовать любое количество различных способов, которыми вы могли бы выполнить сглаживание или попытаться выполнить оптимизацию от грубой к тонкой”, - добавляет Райт. “Если вы заранее знаете, что есть правильный вариант, то вы не тратите много времени на поиски неправильных. У вас есть рецепт, и вам не нужно искать его по сторонам.”

1. What are optimization algorithms used for in engineering?

2. How can difficult optimization problems be solved?

3. What did Hossein Mobahi and John Fisher describe at the International Conference on Energy Minimization Methods?

4. What is a cost function in optimization?

5. What do machine-learning algorithms attempt to identify?

6. How do efficient algorithms for solving optimization tasks work?

7. What is a local minimum?

8. When is a local minimum guaranteed to be a global minimum?

9. What is Gaussian smoothing?

10. How are the weights assigned in Gaussian smoothing?

1. Optimization algorithms /ˌɒptɪmaɪˈzeɪʃən ˈælɡərɪðəmz/ - Methods for finding the best solution to a problem by minimizing or maximizing a function. - Оптимизационные алгоритмы

2. Mathematical functions /ˌmæθəˈmætɪkəl ˈfʌŋkʃənz/ - A rule that assigns a unique output to each input in a set. - Математические функции

3. Design tradeoffs /dɪˈzaɪn ˈtreɪdɒfs/ - Decisions made during the design process that involve giving up some desirable features in exchange for others. - Компромиссы в дизайне

4. Control systems /kənˈtrəʊl ˈsɪstəmz/ - Systems that manage and regulate the behavior of other systems or processes. - Системы управления

5. Data patterns /ˈdeɪtə ˈpætənz/ - Trends or recurring structures in a set of data. - Шаблоны данных

6. Simplified problem /ˈsɪmplɪfaɪd ˈprɒbləm/ - A problem that has been made easier to solve by removing unnecessary complexities. - Упрощенная задача

7. Approximation /əˌprɒksɪˈmeɪʃən/ - An estimate or close guess of a value or quantity. - Приближение

8. Canned-food retailer /kænd fud ˈriːteɪlə/ - A business that sells pre-packaged food items. - Розничный продавец консервированной пищи

9. Cost function /kɒst ˈfʌŋkʃən/ - A mathematical function that measures the cost of producing a particular output. - Функция стоимости

10. Machine-learning algorithms /məˈʃiːn ˈlɜːnɪŋ ˈælɡərɪðəmz/ - Algorithms that enable machines to learn from data and improve their performance over time. - Алгоритмы машинного обучения

11. Classification tasks /ˌklæsɪfɪˈkeɪʃən tɑːsks/ - Tasks that involve categorizing data into different classes or groups. - Задачи классификации

12. Local search /ˈləʊkəl sɜːtʃ/ - A search algorithm that explores neighboring solutions in order to find an optimal solution. - Локальный поиск

13. Local minimum /ˈləʊkəl ˈmɪnɪməm/ - The lowest point in a particular region of a function, which may not be the absolute lowest point of the function. - Локальный минимум

14. Convex function /ˈkɒnveks ˈfʌŋkʃən/ - A function whose graph is always "curved outwards" and has no local maxima. - Выпуклая функция

15. Gaussian smoothing /ˈɡaʊsiən ˈsmuːðɪŋ/ - A technique for reducing noise in data by averaging values using a Gaussian distribution. - Гауссово сглаживание